Угловое ускорение. Ранее мы получили формулу, связывающую линейную скорость v, угловую скорость и радиус окружности, по которой движется выбранный элемент (материальная точка) абсолютно твёрдого тела, которое, вращается относительно неподвижной оси.

Мы знаем, что линейные скорости и ускорения точек твёрдого тела различны. В то же время угловая скорость всех точек твёрдого тела одинакова.

Угловая скорость - векторная величина. Направление угловой скорости определяется по правилу буравчика. Если направление вращения ручки буравчика совпадает с направлением вращения тела, то поступательное движение буравчика указывает направление вектора угловой скорости (рис. 6.1).

Однако равномерное вращательное движение встречается довольно редко. Гораздо чаще мы имеем дело с движением, при котором угловая скорость изменяется, очевидно, это происходит в начале и конце движения.

Причиной изменения угловой скорости вращения является действие на тело сил.

Изменение угловой скорости со временем определяет угловое ускорение.

Среднее угловое ускорение равно отношению изменения угловой скорости к промежутку времени, за которое это изменение произошло.

При равноускоренном движении угловое ускорение постоянно и при неподвижной оси вращения характеризует изменение угловой скорости по модулю. При увеличении угловой скорости вращения тела угловое ускорение на­ правлено в ту же сторону, что и угловая скорость (рис. 6.2, а), а при уменьшении - в противоположную (рис. 6.2, 6).

Так как угловая скорость связана с линейной скоростью соотношением, то изменение линейной скорости за некоторый промежуток времени равно = ЛwR. Разделив левую и правую части уравнения на, имели касательное (линейное) ускорение, направленное по касательной к траектории движения (окружности).

Если время измерено в секундах, а угловая скорость - в радианах в секунду' то одна единица углового ускорения равна, т.е. угловое ускорение выражается в радианах на секунду в квадрате.

Момент силы. Для создания вращательного движения важно не только значение силы, но также и точка её приложения. Отворить дверь, оказывая давление около петель, очень трудно, в то же время вы легко её откроете, надавливая на дверь как можно дальше от оси вращения, например на ручку. Следовательно, для вращательного движения существенно не только значение силы, но и расстояние от оси вращения до точки приложения силы. Кроме этого, важно и направление приложенной силы. Можно тянуть колесо с очень большой силой, но так и не вызвать его вращения.

Момент силы - это физическая величина, равная произведению силы на плечо, где плечо силы, равное кратчайшему расстоянию от оси вращения до линии действия силы (рис. 6.3).

Очевидно, что момент силы максимален, если сила перпендикулярна радиус-вектору, проведённому от оси вращения до точки приложения этой силы.

Если на тело действует несколько сил, то суммарный момент равен алгебраической сумме моментов каждой из сил относительно данной оси вращения.

При этом моменты сил, вызывающих вращение ·тела против часовой стрелки, будем считать положительными (сила ff;), а моменты сил, вызывающих вращение по часовой стрелке, - отрицательными (силы) (рис. 6.4).

Основное уравнение динамики вращательного движения. Подобно тому как опытным путём было показано, что ускорение тела прямо пропорционально действующей на него силе, было установлено, что угловое ускорение прямо пропорционально моменту силы.

Пусть на материальную точку, движующуюся по окружности, действует сила F (рис. 6.5). Согласно второму закону Ньютона в проекции на касательное направление имеем так. Умножив левую и правую части уравнения на, полу­чим, или.

Заметим, что в данном случае - кратчайшее расстояние от оси вращения до материальной точки и соответственно точки приложения силы.

Произведение массы материальной точки на квадрат расстояния до оси вращения называют моментом инерции материальной точки и обозначают буквой.

Таким образом, уравнение (6.1) можно записать в виде, откуда.

Уравнение (6.2) называют основным уравнением динамики вращательного движения.

Уравнение (6.2) справедливо и для вращательного движения твёрдого тела, имеющего неподвижную ось вращения, где I - момент инерции твёрдого тела, а М - суммарный момент сил, действующих на тело. В этой главе при расчёте суммарного момента сил мы рассматриваем только силы или их проекции, принадлежащие плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Угловое ускорение, с которым вращается тело, прямо пропорционально сумме моментов сил, действующих на него, и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно данной оси вращения.

Если система состоит из набора материальных точек (рис. 6.6), то момент инерции этой системы относительно данной оси вращения 00' равен сумме моментов инерции каждой материальной точки относительно этой оси вращения.

Момент инерции твёрдого тела можно вычислить, разделив тело на малые объёмы, которые можно считать материальными точками, и просуммировать их моменты инерции относительно оси вращения. Очевидно, что момент инерции зависит от положения оси вращения.

Из определения момента инерции следует, что момент инерции характеризует распределение массы относительно оси вращения.

Приведём значения моментов инерции для некоторых абсолютно твёрдых однородных тел массой.

1. Момент инерции тонкого прямого стержня дли­ ной l относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его середину (рис. 6.7), равен.

2. Момент инерции прямого цилиндра (рис. 6.8), или диска относительно оси 00', совпадающей с геометрической осью цилиндра или диска:

3. Момент инерции шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр:

4. Момент инерции тонкого обруча радиусом R относительно оси, проходящей через его центр:

Момент инерции по физическому смыслу во вращательном движении играет роль массы, т.е. он характеризует инертность тела по отношению к вращательному движению. Чем больше момент инерции, тем сложнее тело заставить вращаться или, наоборот, остановить вращающееся тело.